

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MENYELESAIKAN SOAL TENTANG ISOMORFISMA

Sri Lestari Manurung¹, Nuraifah Siagian², Priti Enjelina Tamba³, Rahmi Radita Nst⁴
^{1,2,3,4}Universitas Negeri Medan

Email: sri_lestarimanurung@unimed.ac.id¹, nuraifahsiagian20@gmail.com²,
pritienjelina@gmail.com³, rahmiditanasution@gmail.com⁴

Abstrak: Isomorfisma Grup, salah satu materi dalam mata kuliah Struktur Aljabar Grup, membutuhkan pemahaman awal tentang fungsi bijektif. Tanpa menguasai materi prasyarat ini, mempelajari Isomorfisma Grup akan menjadi sulit. Kenyataannya, banyak mahasiswa masih kesulitan mengaplikasikan konsep fungsi bijektif untuk menyelesaikan soal pembuktian Isomorfisma Grup. Hal ini disebabkan oleh lupa atau belum pahami materi prasyarat. Oleh karena itu, penelitian lebih lanjut tentang kemampuan mahasiswa dalam membuktikan soal-soal Isomorfisma Grup dan kesalahan-kesalahan dalam menyusun buktinya sangatlah diperlukan. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi permasalahan dan mencari solusi untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa terhadap Isomorfisma. Penelitian dilakukan menggunakan tes melalui google form. Penelitian ini diharapkan dapat membantu dosen dan pembuat kurikulum dalam merancang pembelajaran yang lebih efektif untuk membantu mahasiswa memahami Isomorfisma Grup dengan lebih baik.

Kata Kunci: Isomorfisma, Kesalahan Mahasiswa, Pendidikan Matematika.

Abstract: Group Isomorphism, one of the materials in the Algebraic Structure of Groups course, requires an initial understanding of bijective functions. Without mastering this prerequisite material, studying Group Isomorphism will be difficult. In fact, many students still have difficulty applying the concept of bijective functions to solve problems proving Group Isomorphism. This is caused by forgetting or not understanding the prerequisite material. Therefore, further research on students' ability to prove Group Isomorphism questions and errors in compiling the proof is very necessary. This research aims to identify problems and find solutions to increase students' understanding of Isomorphism. The research was carried out using tests via Google Form. It is hoped that this research can help lecturers and curriculum makers in designing more effective learning to help students understand Group Isomorphism better.

Keywords: Isomorphism, Student Errors, Mathematics Education.

PENDAHULUAN

Matematika adalah suatu media untuk menumbuh dan mengembangkan cara berpikir, dimana perkembangan cara berpikir seseorang tidak terlepas dari penalaran pemecahan masalah (Hudoyo, 2007: 40). Selain itu, matematika juga mencakup studi tentang bilangan dan angka serta menggunakan abstraksi, idealisasi, dan generalisasi untuk menyederhanakan situasi dan memecahkan masalah.

Pembuktian suatu pernyataan matematika sangat penting. Dimana hal itu bertujuan untuk memastikan bahwa apa yang selama ini dianggap benar benar-benar akurat. Seringkali, banyak fakta dalam matematika diterima begitu saja tanpa adanya keraguan terhadap kebenarannya

dan tanpa usaha untuk membuktikannya sendiri, bahkan untuk fakta-fakta yang sangat sederhana. (Hernadi, 2008)

Pembuktian merupakan aspek krusial dalam matematika, terutama pada tingkat perguruan tinggi, karena membuktikan kebenaran suatu pernyataan membutuhkan bukti yang valid. Proses pembuktian matematis, yang berkembang seiring waktu, penting dalam memahami kebenaran yang telah ditemukan sebelumnya.

Pembelajaran khusus tentang pembuktian dalam matematika telah terbukti meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam memvalidasi bukti secara signifikan dibandingkan dengan pembelajaran konvensional (Arnawa, 2009). Namun, mahasiswa sering menghadapi kesulitan dalam menyusun bukti secara sistematis, terutama dalam menemukan ide awal, menentukan pendekatan yang tepat, dan menyusun bukti dari awal hingga akhir.

Beberapa faktor memengaruhi kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematika, termasuk faktor matematika dan sejarah epistemologi, kognitif, serta sosio-kultural. Penelitian lebih lanjut diperlukan untuk memahami lebih baik kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep pembuktian, terutama dalam konteks isomorfisma grup. Diharapkan penelitian ini dapat memberikan wawasan yang lebih mendalam tentang kesulitan yang dihadapi mahasiswa dan membantu pengembangan metode pengajaran yang lebih efektif dalam mendukung pemahaman mereka tentang pembuktian matematika.

KAJIAN TEORI

G dan $G\cdot$ merupakan grup, pemetaan $\rho : G \rightarrow G\cdot$ dikatakan Isomorfisma jika dan hanya jika memenuhi kedua syarat berikut:

- 1) ρ pemetaan bijektif dan
- 2) ρ merupakan pemetaan homomorf

Jika ρ Isomorf maka ρ^{-1} juga merupakan Isomorf dan ρ^{-1} mempunyai sifat $\rho^{-1}(\rho(x)) = x, \forall x \in G$

Jika (G, o) dan $(G\cdot, x)$ Isomorfisma maka dapat dikatakan bahwa (G, o)

Identik dengan $(G\cdot, x)$ dinotasikan $G \cong G\cdot$

Teorema B-1:

G : Koleksi semua grup; G_1, G_2 grup, didefinisi relasi R sebagai berikut $G_1 R G_2$ jika dan hanya jika $G_1 \cong G_2$ maka relasi R merupakan relasi equivalen.

Teorema B-2

Sembarang grup cyclic G yang tak berhingga isomorf dengan grup Z himpunan bulat dengan operasi penjumlahan biasa. (Saragih, 2014).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan jenis penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk menggambarkan penyebab kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan dalam menyelesaikan soal Isomorfisma. Subjek penelitian terdiri dari tiga mahasiswa, yang memiliki kemampuan relatif sama dan sedang mengambil matakuliah Struktur Aljabar. Penelitian dilakukan secara online melalui Google Form.

Instrumen yang digunakan adalah tes tertulis berupa soal uraian. Hal ini dipilih karena tes tersebut membutuhkan kemampuan mahasiswa dalam menghubungkan pengetahuan yang mereka miliki untuk menyelesaikan masalah terkait Isomorfisma. Metode pengumpulan data melibatkan tes tertulis yang digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Isomorfisma. Dengan menggunakan metode ini, diharapkan penelitian dapat memberikan gambaran yang komprehensif tentang kesalahan mahasiswa dan faktor-faktor yang memengaruhinya dalam menyelesaikan soal Isomorfisma.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum melaksanakan penelitian, peneliti terlebih dahulu memilih sampel penelitian. Sampel yang dipilih adalah mahasiswa program studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan, yang sedang mengikuti mata kuliah Struktur Aljabar. Setelah sampel ditentukan, dilakukan pengambilan data menggunakan tes. Tes dilaksanakan melalui *google form*. Berdasarkan hasil ujian tertulis tersebut, peneliti kemudian memilih tiga mahasiswa sebagai subyek penelitian, yang masing-masing mewakili kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Berikut adalah tabel yang menampilkan subyek penelitian tersebut:

No.	Mahasiswa	Kemampuan
1	Mahasiswa A	Rendah

2	Mahasiswa B	Tinggi
3	Mahasiswa C	Sedang

Pendekatan ini bertujuan untuk mendapatkan gambaran yang lebih komprehensif mengenai kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep bijektif, yang akan membantu dalam merancang strategi pembelajaran yang lebih efektif untuk mata kuliah terkait.

Tes yang digunakan pada penelitian ini ialah sebagai berikut

1. Tunjukkan bahwa Grup $(\mathbb{Z}_2, +)$ dan $(H = \{-1, 1\})$ adalah merupakan homomorfisma dan isomorfisma
2. Buktikan bahwa $\frac{\mathbb{Z}}{\langle 3 \rangle}$ isomorfisma dengan $\frac{\frac{\mathbb{Z}}{\langle 6 \rangle}}{\langle \frac{3}{3} \rangle}$

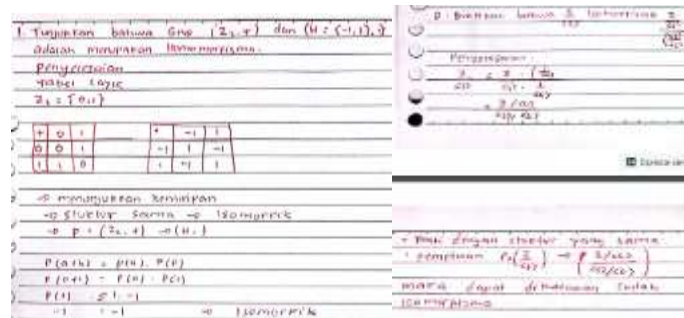
Hasil jawaban Mahasiswa A



Pada hasil jawaban siswa A dapat dilihat bahwa soal nomor satu masih salah. Kesalahan mahasiswa tersebut dapat kita lihat pada pengoperasian nya yang masih salah sehingga mendapatkan hasil yang tidak tepat. Kesalahan utama adalah dalam definisi fungsi $P(0)$. Fungsi $P(0)$ yang dipilih ($P(0)=-1$ dan $P(1)=1$) tidak menjaga operasi grup. Ini berarti $P(0)$ bukan homomorfisme, dan karenanya tidak bisa menjadi isomorfisme.

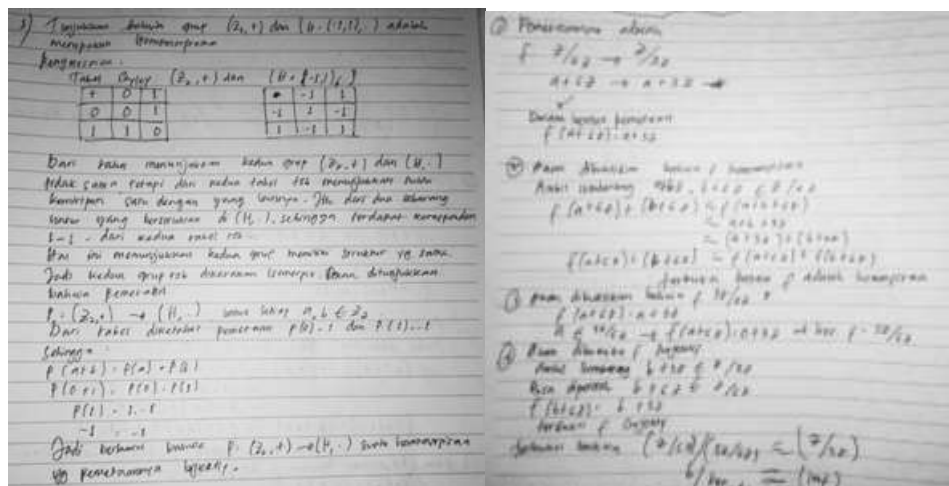
Begitupun untuk soal kedua, mahasiswa A belum mampu menjawab dengan benar dan tepat. Jawaban tersebut salah karena tidak memberikan penjelasan yang memadai atau alasan yang tepat mengapa $\mathbb{Z}/\langle 3 \rangle$ tidak isomorfik dengan $(\mathbb{Z}/\langle 6 \rangle)/\langle \frac{3}{3} \rangle$. Penjelasan yang lebih baik harus mengacu pada sifat-sifat struktural dari kedua himpunan tersebut.

Hasil Jawaban Mahasiswa B



Dalam penelitian ini, mahasiswa B menunjukkan pemahaman yang baik terhadap konsep homomorfisma dalam menyelesaikan soal nomor 1, tetapi mengalami kesulitan dalam memahami konsep isomorfisma yang diuji dalam soal nomor 2. Kurang Memperhatikan Urutan Langkah-langkah: Mahasiswa cenderung tidak memperhatikan urutan langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan soal dengan benar. Dalam penyelesaian soal isomorfisma, langkah-langkah yang tepat meliputi identifikasi sifat atau struktur yang relevan dari kedua situasi yang dibandingkan, mencari pola atau hubungan antara keduanya, dan memastikan bahwa hubungan tersebut memenuhi kriteria isomorfisma.

Hasil jawaban Mahasiswa C



Mahasiswa C mungkin melompati atau mengabaikan tahapan penting dalam proses penyelesaian soal isomorfisma. Mahasiswa tersebut kesulitan Memahami Konsep Isomorfisma ataupun syarat syarat untuk memenuhi konsep isomorfisma:

Kesalahan yang paling mendasar mungkin terletak pada kurangnya pemahaman terhadap konsep isomorfisma itu sendiri. Mahasiswa mungkin tidak sepenuhnya memahami apa yang

dimaksud dengan isomorfisma dan kriteria apa yang diperlukan untuk menyatakan bahwa dua struktur atau situasi adalah isomorfik.

Dengan demikian, kesalahan yang terjadi pada mahasiswa dalam soal nomor 2 menggambarkan ketidakmampuan mereka untuk memahami dan menerapkan konsep isomorfisma serta kurangnya perhatian terhadap langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan soal dengan benar.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa kesalahan mahasiswa saat menyelesaikan soal materi isomorfisma yaitu Mahasiswa cenderung mengabaikan urutan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal isomorfisma. Hal ini dapat menyebabkan mereka melompati atau mengabaikan tahapan penting dalam proses penyelesaian. Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal isomorfisma menunjukkan adanya kelemahan dalam pemahaman konsep isomorfisma dan kurangnya perhatian terhadap langkah-langkah penyelesaian yang tepat. Diperlukan pembelajaran yang lebih komprehensif untuk membantu mahasiswa memahami konsep isomorfisma secara lebih mendalam dan membekali mereka dengan keterampilan untuk menyelesaikan soal-soal isomorfisma dengan benar.

Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk menyelidiki lebih dalam faktor-faktor yang berkontribusi terhadap kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal isomorfisma. Hal ini dapat membantu dalam mengembangkan strategi pembelajaran yang lebih efektif untuk meningkatkan pemahaman dan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika yang kompleks.

Saran

Mahasiswa perlu memperkuat pemahaman mereka tentang konsep isomorfisma grup dan meningkatkan kemampuan dalam menyusun pembuktian matematis yang logis, sistematis, dan jelas. Latihan dan bimbingan yang tepat dari dosen dapat membantu mereka dalam mengatasi kesulitan-kesulitan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Arikunto, S. (2005). Manajemen Penelitian. Jakarta: PT. Rineka Cipta.

- Arikunto, S. (2010). *Prosedur Penelitian: Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Asyhar, B. (2015). Studi Pemahaman Bukti dan Pembuktian dalam Geometri Euclid Mahasiswa Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung. *JPM : Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 127–135. <https://doi.org/10.33474/jpm.v1i2.720>
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1998). *Qualitative Research in Education: An Introduction to Theory and Methods*. A Viacom Company: Allyn & Bacon.
- Depdiknas. (2001). *Kurikulum Berbasis Kompetensi: Mata Pelajaran Matematika*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery: on Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*. New York: John Willey & Sons, Inc.
- Shadiq, F. (2007). *Apa dan Mengapa Matematika Begitu Penting?* Yogyakarta: P4TK Matematika.
- Siswono, T. Y. E. (2010). *Penelitian Pendidikan Matematika*. Surabaya: Unesa University Press.
- Sugiyono. (2012). *Memahami Penelitian Kualitatif*. Bandung: CV. Alfabeta.
- Vanspronsen, H. D. (2008). *Proof Processes Of Novice Mathematics Proof Writers*. University of Montana, Missoula.
- Arnawa, I. M. (2009). Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam Memvalidasi Bukti pada Aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS. *JURNAL MATEMATIKA DAN SAINS*, 62-68.
- Hernadi, J. (2008). METODA PEMBUKTIAN DALAM MATEMATIKA. *JURNAL PENDIDIKAN MATEMATIKA*, 2.
- Saragih, S. (2014). *STRUKTUR ALJABAR 1*. Medan: LARISPA INDONESIA.
- Syamsidah, & Suryani, H. (2018). *Buku Model Problem Based Learning*. Yogyakarta: Grup Penerbitan CV BUDI UTOMO.