

## Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) Dan Daerah Integral Pada Mahasiswa Kelas PSPM 21-G Semester VI Universitas Negeri Medan Tahun 2024

SL Manurung<sup>1</sup>, Ria Agustina<sup>2</sup>, Salsabilah Daryani<sup>3</sup>, Syaharani Sunggu Aritonang<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Universitas Negeri Medan

[sri\\_lestarimanurung@unimed.ac.id](mailto:sri_lestarimanurung@unimed.ac.id)<sup>1</sup>, [riaa80803@gmail.com](mailto:riaa80803@gmail.com)<sup>2</sup>,  
[salsabilah.daryanii@gmail.com](mailto:salsabilah.daryanii@gmail.com)<sup>3</sup>, [syaharani2901@gmail.com](mailto:syaharani2901@gmail.com)<sup>4</sup>

**ABSTRACT;** *This research focuses on improving students' analytical skills in solving Ring Without Zero Divisor and integral area problems. This research aims to study in more depth, find out and analyze the mistakes made by students in solving ring problems without zero divisors (RTPN) and integral domains. This type of research is qualitative descriptive research using qualitative methods. The subjects of this research were students in the 6th (sixth) semester of the Bachelor of Mathematics Education class PSPM 2021 G, Unimed State University in 2024, taking 5 students from a total of 20 students studied as subjects, who were seen based on the most errors in accordance with the castole category error analysis stage. . Data collection techniques used include description tests, observations, questionnaires and documentation. Data analysis techniques through data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The research results showed that students made mistakes in solving ring problems without zero divisors (RTPN) and integral areas, namely: (1) Conceptual errors; (2) Procedural errors; (3) Technical Errors. The factors that cause students to experience errors are not understanding how to explain the information in the problem, students not understanding the concepts used in solving the problem, students not being careful in addition and multiplication operations on Cayley tables, and students not being able to determine the correct conclusion from the problem. which has been completed.*

**Keywords:** *Ability to Analyze Problems, Rings Without Zero Divisors and Integral Regions, Kastolan.*

**ABSTRAK;** Penelitian ini berfokus untuk meningkatkan kemampuan analisis mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol dan daerah integral. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji lebih dalam, mengetahui dan menganalisis kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal ring tanpa pembagi nol (RTPN) dan daerah integral (integral domain). Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif dengan menggunakan metode kualitatif. Subjek penelitian ini adalah Mahasiswa semester 6 (enam) S-1 Pendidikan Matematika kelas PSPM 2021 G Universitas Negeri Unimed Tahun 2024 dengan mengambil 5 mahasiswa dari total 20 mahasiswa yang diteliti sebagai subjek, yang dilihat berdasarkan kesalahan paling banyak sesuai

dengan tahapan analisis kesalahan kategori kastolan. Teknik pengumpulan data yang dilakukan berupa tes uraian, observasi, kuesioner, dan dokumentasi. Teknik analisis data melalui mereduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Sesuai dengan prosedur kastolan pada hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal ring tanpa pembagi nol (RTPN) dan daerah integral yaitu pada: (1) Kesalahan Konsep ; (2) Kesalahan prosedur; (3) Kesalahan Teknis. Faktor-faktor yang menjadi penyebab mahasiswa mengalami kesalahan yaitu tidak paham dalam menjabarkan informasi dalam soal, mahasiswa tidak paham konsep yang digunakan dalam menyelesaikan soal, mahasiswa kurang teliti dalam operasi penjumlahan dan perkalian pada tabel Cayley, dan mahasiswa tidak dapat menentukan kesimpulan yang tepat dari permasalahan yang telah diselesaikannya.

**Kata Kunci:** Kemampuan Menganalisis Soal, Ring Tanpa Pembagi Nol Dan Daerah Integral, Kastolan.

---

## PENDAHULUAN

Pendidikan menurut Ki Hajar Dewantara, merupakan pedoman hidup bagi pertumbuhan seorang anak. Maknanya adalah pendidikan membimbing segala kekuatan alam yang ada dalam diri peserta didik agar sebagai manusia dan anggota masyarakat dapat mencapai keselamatan dan yang sebesar-besarnya kebahagiaan dalam hidup (Muhlishottin & M.V.Roesminingsih, 2020).

Pendidikan merupakan upaya sadar untuk menciptakan warisan budaya dari satu generasi ke generasi berikutnya. Pendidikan menjadikan generasi ini sebagai teladan bagi ajaran generasi sebelumnya. Pendidikan hingga saat ini belum mempunyai batasan untuk menjelaskan secara utuh makna pendidikan karena hakikatnya sama kompleksnya dengan tujuannya yaitu manusia. Sifatnya yang kompleks sering disebut dengan ilmu pendidikan. Ilmu pendidikan merupakan kelanjutan dari pendidikan. Ilmu pendidikan lebih banyak berkaitan dengan teori pendidikan, mengutamakan pemikiran ilmiah. Pendidikan dan ilmu pendidikan saling berkaitan baik secara teoritis maupun praktis. Oleh karena itu, dalam proses kehidupan manusia, keduanya saling bekerjasama (Rahman, Munandar, Fitriani, Karlina, & Yumriani, 2022)

Matematika merupakan ilmu yang memerlukan pemikiran, penalaran dan logika. Dalam mempelajari matematika, siswa dibiasakan untuk memperoleh, melalui pengalaman, pemahaman tentang sifat-sifat sekumpulan benda (abstrak). Namun semua itu harus

disesuaikan dengan perkembangan kemampuan siswa, sehingga pada akhirnya akan sangat bermanfaat bagi kelancaran proses belajar mengajar matematika di sekolah (Susanti, 2020).

Matematika adalah pelajaran menggunakan logika tentang struktur, bentuk, besaran, dan hubungan antara satu konsep dengan konsep lainnya. Dalam kehidupan manusia memahami suatu hal sangatlah penting, sehingga untuk memahaminya manusia harus mampu memahaminya (Arham & Adirakasiwi, 2022). Selain itu, menurut Suherman (Lusianita & Rahaju, 2020), matematika juga memiliki tiga fungsi, antara lain 1) sebagai alat untuk memahami dan menyampaikan informasi, salah satu contohnya adalah penggunaan tabel atau table >model matematika untuk mengubah soal sebagai soal cerita atau uraian matematis menjadi lebih sederhana; 2) berupaya membangun pola pikir pemahaman dan penalaran untuk melihat keterkaitan makna-makna tersebut; dan 3) sains, dimana matematika selalu mencari kebenaran dan mencoba mengembangkan penemuan dengan mengikuti aturan yang tepat. Oleh karena itu, peran dan fungsi matematika menjadi hal yang perlu diperhatikan dalam pembelajaran matematika.

Matematika aljabar merupakan salah satu cabang matematika abstrak yang seringkali kompleks dibandingkan dengan cabang matematika lainnya. (Clarisa, Rahma, Nur, Hasibua, & Nabila, 2021). Aljabar merupakan salah satu mata kuliah yang mendapatkan perhatian lebih dari kalangan dosen Matematika maupun mahasiswa. Hampir semua dosen khususnya di jurusan pendidikan Matematika mempunyai persepsi bahwa aljabar adalah pengetahuan penting yang harus dikuasai oleh mahasiswa.

Mata kuliah struktur aljabar memiliki banyak teorema yang harus dibuktikan dan dipahami oleh mahasiswa, dan tidak jarang mahasiswa hanya terpaku oleh rumus saja, sehingga terjadi kesulitan pada saat ada pengembangan dalam menyelesaikan soal. Kecermatan berpikir, ketrampilan, dan ketelitian sangat penting dalam mempelajari mata kuliah struktur aljabar. Mata kuliah ini memiliki fitur, sangat abstrak, dan memuat banyak teorema. Teorema-teorema yang ada harus dapat dibuktikan kebenarannya, sehingga siswa harus memahami maksud dari teorema-teorema tersebut serta mempunyai kecermatan, ketrampilan, dan ketelitian agar mudah membuktikan kebenarannya (Hildegardis Mirawati, 2021).

Daerah integral merupakan gelanggang komutatif dengan elemen satuan (unity) yang tidak memuat pembagi nol (divisors of zero). Selanjutnya himpunan semua polinomial dalam indeterminasi  $x$  dengan koefisien di dalam daerah integral  $D$  tersebut dinotasikan dengan  $D[x]$ .

Pengkajian dilakukan atas dasar definisi serta sifat yang berlaku dalam gelanggang dan daerah integral (Dewi, 2021). Oleh karena itu pada materi daerah integral tersebut mahasiswa dituntut untuk mempunyai kemampuan berfikir kritis, agar dapat menyelesaikan permasalahan daerah integral.

Berdasarkan latar belakang di atas, penulis mencoba mengidentifikasi kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa ketika menyelesaikan masalah domain integral. Menurut teori Kastolan dalam (Rahma Aulia Sari, 2021), kesalahan mahasiswa saat menyelesaikan masalah matematika digolongkan menjadi tiga jenis: kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik. Bentuk kesalahan tersebut antara lain, kesalahan konseptual merupakan kesalahan menafsirkan istilah, karakteristik, fakta, konsep, dan prinsip suatu materi. Kesalahan prosedural dapat terjadi sebagai akibat dari salah penempatan simbol dan prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan masalah yang tidak hierarkis atau tidak sistematis. Kesalahan teknik adalah kesalahan dalam penulisan yang disebabkan oleh ketidaktepatan dan kesalahan penafsiran terhadap suatu pertanyaan (Sari & Pujiastuti, 2022).

Dengan demikian tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengkaji lebih dalam, mengetahui dan menganalisis kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring tanpa pembagi nol (RTPN) dan Daerah integral (Integral domain) pada matakuliah Struktur Aljabar kemudian apa saja yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan dan Peneliti akan melihat jenis kesalahan matematis mana yang secara dominan dialami oleh mahasiswa terhadap pengerjaan soal Ring tanpa pembagi nol (RTPN) dan Daerah integral (Integral domain), sehingga diharapkan kontribusi dari penelitian ini dapat memberikan kesempatan kepada peneliti lain untuk menerapkan suatu model atau metode pembelajaran guna mereduksi tingkat kesalahan matematis, ditinjau oleh tahapan Kastolan.

## **METODE PENELITIAN**

### **Jenis Penelitian**

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif, Menurut (Hardani, 2020) Penelitian kualitatif adalah penelitian deskripsi dan pemahaman terhadap fenomena yang diamati peneliti berdasarkan sudut pandang subjek yang diteliti. Penelitian menggunakan metode kualitatif yaitu untuk mendeskripsikan dan menganalisis kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral. Dalam penelitian ini, yang dihasilkan adalah data deskriptif, ciri dari deskripsi sendiri adalah data yang

diperoleh bukan berupa angka-angka seperti pada survei kuantitatif, melainkan berupa kata-kata tertulis dan gambar. Pada dasarnya penelitian deskriptif adalah penelitian yang berupaya mendeskripsikan dan menafsirkan sesuatu (Rusandi & Rusli, 2021).

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah jawaban tertulis Mahasiswa yang diperoleh dari tes tertulis Mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral. Pada hasil tes tertulis, data yang dikumpulkan adalah kesalahan-kesalahan Mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral.

### **Tempat dan Waktu Penelitian**

Tempat yang digunakan peneliti dalam melaksanakan kegiatan penelitian ini di Universitas Negeri Unimed Jl. William Iskandar Ps. V, Kenangan Baru, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara 20371. Waktu melaksanakan kegiatan penelitian pada hari Sabtu, 7 Mei 2024.

### **Subjek dan Objek Penelitian**

Subjek penelitian ini adalah Mahasiswa semester 6 (enam) S-1 Pendidikan Matematika kelas PSPM 2021 G Universitas Negeri Unimed Tahun 2024 yang berjumlah 20 Mahasiswa. Dalam pengambilan sampel digunakan teknik *Purposive Sumpling*, agar sesuai dengan permasalahan yang sedang diteliti yaitu kesalahan Mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral dengan cara diberikan tes tertulis berjumlah tiga butir soal. Pada penelitian ini dari 20 mahasiswa dipilih 5 mahasiswa yang memiliki kesalahan paling banyak sesuai dengan tahapan analisis kesalahan kategori Kastolan.

Sampling Purposive yaitu teknik penentuan sampel dengan pertimbangan tertentu. Teknik ini paling cocok digunakan untuk penelitian kualitatif yang melakukan generalisasi, (Amin, Garancang, & Abunawas, 2023). Teknik *purposive sampling* ini dinilai baik dalam menangkap kelengkapan dan kedalaman data dalam menghadapi kenyataan yang ambigu. Oleh karena itu pengambilan sampel diarahkan pada sumber data yang diyakini mengandung informasi penting yang relevan dengan permasalahan yang diteliti. Inilah sebabnya mengapa sangat penting bagi peneliti untuk memahami peta sumber data yang tersedia bagi mereka dalam berbagai peran dan posisi. Pertimbangkan bahwa setiap posisi mungkin memberikan informasi untuk memperoleh data yang berbeda, (Nugrahani, 2014).

Objek penelitian ini adalah 5 lembar kerja kesalahan Mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral pada Mahasiswa semester 6 (enam) S-1 Pendidikan Matematika kelas PSPM 2021 G Universitas Negeri Unimed Tahun 2024.

**Tabel.1** Subjek Pelitian dan Nomor Soal yang salah

| Subjek Penelitian             | Nomor Soal yang Salah |
|-------------------------------|-----------------------|
| Subjek Penelitian satu (S-1)  | 1, 2, 3               |
| Subjek Penelitian dua (S-2)   | 1, 2, 3               |
| Subjek Penelitian tiga (S-3)  | 2, 3                  |
| Subjek Penelitian empat (S-4) | 1, 3                  |
| Subjek Penelitian lima (S-5)  | 1, 2, 3               |

### Teknik Pengumpulan Data

Dalam mengumpulkan data penulis memberikan sebuah tes uraian kepada subjek penelitian, tes uraian digunakan untuk mengumpulkan data mengenai kesalahan Mahasiswa dalam menyelesaikan soal pada materi Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral. Tes yang digunakan bersifat diagnosis untuk mengetahui setiap langkah penyelesaian siswa atau mengetahui letak kesalahan yang dilakukan Mahasiswa. Kemudian penulis mencari beberapa referensi-referensi seperti dari jurnal ataupun buku untuk memperkuat data yang diperoleh.

Dalam melakukan penelitian ini peneliti memberikan link kuesioner yang berisi sebuah tes yang berjumlah 3 butir soal untuk memperoleh data dari subjek penelitian, ada beberapa teknik yang digunakan peneliti dalam melakukan pengumpulan data diantaranya sebagai berikut:

1. Observasi

Observasi atau pengamatan adalah suatu teknik pengumpulan data dengan cara melakukan pengamatan secara langsung ke lapangan terhadap subjek yang diteliti.

2. Kuesioner/Angket

Menurut Sugiyono (Prawiyogi, dkk, 2021) kuesioner merupakan metode pengumpulan data yang dilakukan dengan cara memberi seperangkat pertanyaan atau pernyataan tertulis kepada responden untuk dijawab, peneliti memberikan link kuesioner yang berisi

sebuah tes uraian yang berjumlah 3 butir soal dengan tingkat kesukaran mudah, sedang dan sulit untuk memperoleh data dari subjek penelitian (Anggy Giri Prawiyogi, 2021)

3. Dokumentasi

Dokumentasi adalah jenis pengumpulan data yang meneliti berbagai macam dokumen atau foto yang berguna untuk bahan analisis.

### **Analisis Data**

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian kualitatif ini menggunakan teknik analisis data model Miles dan Huberman, yaitu model analisis interaktif yang meliputi: reduksi data, sajian data, dan penarikan kesimpulan serta verifikasinya.

1. Reduksi Data

Reduksi data ini berarti memfokuskan dan mengatur analisis secara sistematis sesuai dengan kebutuhan. Data yang direduksi pada tahap ini dapat memberikan gambaran yang detail, yang dilanjutkan ke tahap berikutnya untuk menampilkan gambaran yang lebih mudah dipahami.

2. Penyajian Data

Pada tahap penyajian data ini, seluruh data yang telah ditampilkan secara detail pada tahap sebelumnya ditampilkan dalam bentuk yang singkat sehingga lebih mudah untuk dipahami. Data ini biasanya disajikan dalam bentuk tabel atau diagram.

3. Penarikan Kesimpulan

Kesimpulan yang diambil dari sini seharusnya mampu menjawab rumusan pertanyaan penelitian yang dirumuskan di awal. Tahapan ini tidak hanya menjawab rumusan pertanyaan penelitian, namun juga mengungkap penemuan-penemuan baru dan belum pernah terjadi sebelumnya. Temuan tersebut dapat berupa deskripsi objek atau gambar yang telah dipelajari dan dianalisis secara empiris dan kebenarannya memerlukan penyelidikan lebih lanjut, (Purnamasari & Afriansyah, 2021).

Untuk melihat kesalahan Mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral, data yang sudah diperoleh lalu dianalisis menggunakan tahapan kastolan yaitu:

Tahapan kastolan membedakan kesalahan dalam matematika menjadi tiga jenis, yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik. Adapun ketiga jenis kesalahan tersebut terletak pada titik berat yang dimiliki.

1. Kesalahan konseptual berfokus pada kesalahan penafsiran istilah, konsep, ataupun prinsip dari sebuah permasalahan.
2. Kesalahan prosedural berfokus pada kesalahan penyusunan langkah-langkah sistematis ketika menyelesaikan suatu masalah.
3. Kesalahan teknik berfokus pada kesalahan dalam perhitungan, operasi matematika yang dilakukan, ataupun penulisan simbol matematika, Farida (Soesanto, 2021).

Model Kastolan ini akan diterapkan untuk melihat ketiga kesalahan yang dilakukan oleh Mahasiswa pada mata kuliah Struktur Aljabar.

**Tabel 2. Indikator Jenis Kesalahan Menurut Kastolan**

| Jenis Kesalahan      | Indikator                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Kesalahan Konseptual | 1) Salah konsep konversi satuan.<br>2) Salah rumus.<br>3) Salah dalam menerapkan rumus.                                                                                                                                                                         |
| Kesalahan Prosedural | 1) Simbol-simbol tidak ditulis dan tidak menjawab soal.<br>2) Hal-hal yang diketahui dari masalah tidak dapat dituliskan.<br>3) Tidak menulis informasi soal dan prosedur menyimpang.<br>4) Tidak dapat menyelesaikan soal sampai pada bentuk paling sederhana. |
| Kesalahan Teknik     | 1) Salah operasi hitung.<br>2) Salah menyelesaikan persamaan.                                                                                                                                                                                                   |

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil Penelitian

Adapun tes uraian mengenai materi Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral yang peneliti berikan kepada subjek penelitian terdiri dari tiga butir soal, yaitu:

1. Diketahui  $(Z_7, +_7, \times_7)$  adalah ring komutatif, tunjukkan bahwa  $(Z_7, +_7, \times_7)$  merupakan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN).
2. Selidiki apakah dengan modulo 4 merupakan integral domain atau tidak.
3. Tentukan pembagi nol dari  $R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  dengan operasi penjumlahan dan perkalian bilangan bulat modulo 6 jika telah diberikan  $((R_6, +_6, \times_6))$  adalah suatu ring komutatif. Apakah R disebut sebagai daerah integral (integral domain).

Berdasarkan hasil lembar kerja Mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral, ditemukan kesalahan-kesalahan yang dilakukan Mahasiswa, setelah ditemukannya kesalahan peneliti mengklasifikasikan jenis kesalahan Mahasiswa ke dalam tahapan kastolan, kastolan membedakan kesalahan dalam matematika menjadi tiga jenis, yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik. 5 Mahasiswa yang menjadi sampel dalam penelitian ini dengan pertimbangan berdasarkan pengkategorian yang telah dilakukan sebelumnya oleh peneliti. Lima subjek tersebut berinisial (S-1) yaitu Subjek Penelitian satu, (S-2) yaitu Subjek Penelitian dua, (S-3) yaitu Subjek Penelitian tiga, (S-4) yaitu Subjek Penelitian empat, (S-5) yaitu Subjek Penelitian lima.

- (S-1)

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu (S-1) terdapat pada penyelesaian soal No 1, 2 dan 3. Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-1) pada soal nomor 1 dipaparkan sebagaimana gambar 1:

|   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 |
| 4 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

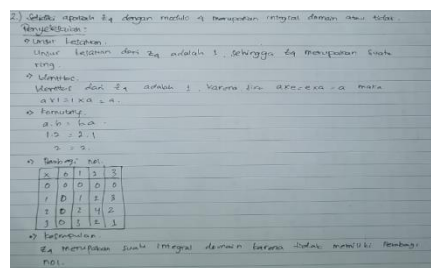
  

|   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 |
| 4 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

**Gambar 1.** Jawaban (S-1) untuk soal nomor 1

Berdasarkan gambar 1, letak kesalahan (S-1) yaitu pada pembuatan tabel cayley di operasi perkalian, dimana (S-1) menuliskan elemen 0, seharusnya tidak karena konsep tabel cayley dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) pada operasi perkalian tidak menggunakan elemen 0. Selanjutnya (S-1) tidak selesai dalam mengerjakan penyelesaian hingga akhir, sehingga tidak mendapatkan hasil yang sebenarnya. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-1) ini termasuk kesalahan konsep dan kesalahan prosedural, (S-1) tidak mengerti konsep tabel cayley operasi perkalian dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan tidak dapat menyelesaikan soal sampai pada bentuk paling sederhana sesuai dengan arahan dari soal tersebut.

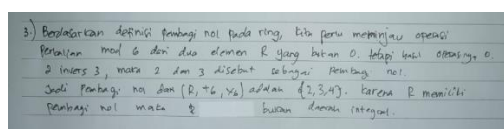
Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-1) pada soal nomor 2 dipaparkan sebagaimana gambar 2:



**Gambar 2.** Jawaban (S-1) untuk soal nomor 2

Berdasarkan gambar 2, letak kesalahan (S-1) yaitu salah dalam menarik kesimpulan. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-1) ini termasuk kesalahan konsep, (S-1) tidak mengerti konsep Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) dan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN), dimana jika Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) sudah jelas bukan suatu integral domain dan jika Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) sudah jelas termasuk integral domain.

Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-1) pada soal nomor 3 dipaparkan sebagaimana gambar 3:



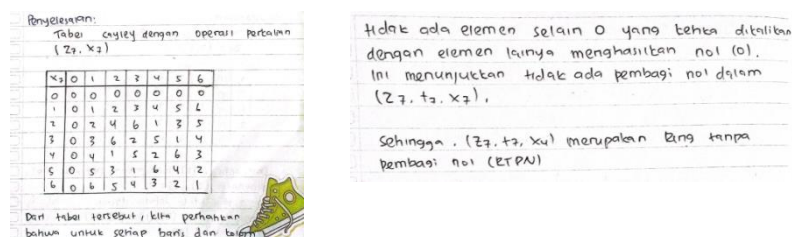
**Gambar 3.** Jawaban (S-1) untuk soal nomor 3

Berdasarkan gambar 3, kesimpulan dalam penyelesaian soal tersebut sudah benar namun, letak kesalahan (S-1) yaitu tidak menuliskan tabel cayley mulai dari tabel cayley operasi

penjumlahan dan tabel cayley operasi perkalian. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-1) ini termasuk kesalahan prosedural (S-1) tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting ditulis dari masalah tersebut.

- (S-2)

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua (S-2) terdapat pada penyelesaian soal No 1, 2 dan 3. Analisis kesalahan subjek penelitian dua (S-2) pada soal nomor 1 dipaparkan sebagaimana gambar 3:



**Gambar 3.** Jawaban (S-2) untuk soal nomor 1

Berdasarkan gambar 3, kesimpulan dalam penyelesaian soal tersebut sudah benar namun, letak kesalahan (S-2) yaitu tidak membuat tabel cayley dalam operasi penjumlahan, kemudian pada tabel cayley perkalian (S-1) menuliskan elemen 0, seharusnya tidak karena konsep tabel cayley dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) pada operasi perkalian tidak menggunakan elemen 0. Terdapat juga kesalahan (S-2) tidak membuat  $1 \times_7 1$  dan seterusnya sampai  $6 \times_7 6$ . Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-2) ini termasuk kesalahan konsep dan kesalahan prosedural, (S-2) tidak mengerti konsep tabel cayley yang digunakan dalam Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) dan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) yaitu tabel cayley untuk operasi penjumlahan dan perkalian kemudian (S-2) tidak mengerti konsep tabel cayley operasi perkalian dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dimana tidak menggunakan elemen 0. (S-2) tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting dari masalah tersebut.

Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-2) pada soal nomor 2 dipaparkan sebagaimana gambar 4:

Penyelesaian:

Tabel Cayley  $Z_4$

$Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$

| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| 3 | 0 | 3 | 2 | 1 |

Dari tabel,  $[2]$  merupakan pembagi nol, diperoleh  $[2] \cdot [2] = 0$ . Sehingga, tidak selalu dapat menghilangkan  $[2] \cdot [1] = [2] \cdot [3]$  tetapi  $[1] \neq [3]$ .

Jadi, himpunan  $Z_4$  bukan merupakan suatu integral domain karena memiliki pembagi nol yaitu  $[2]$ .

Gambar 4. Jawaban (S-2) untuk soal nomor 2

Berdasarkan gambar 4, letak kesalahan (S-2) yaitu tidak membuat unsur kesatuan, identitas, komutatif dari  $Z_4$ . Kemudian (S-2) salah dalam mengambil kesimpulan, karena  $Z_4$  bukan merupakan suatu integral domain karena memiliki pembagi nol yaitu 2. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-2) ini termasuk kesalahan konsep. (S-2) tidak mengerti konsep Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) dan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN), dimana jika Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) sudah jelas bukan suatu integral domain dan jika Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) sudah jelas termasuk integral domain. Kemudian jika mencari daerah integral harus mencari masing-masing unsur kesatuan, identitas, komutatif dari  $Z_4$ .

Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-2) pada soal nomor 3 dipaparkan sebagaimana gambar 4:

Tabel Cayley Perkalian  $(\mathbb{Z}_6, \times_6)$

| $x_6 \backslash y_6$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|
| 0                    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1                    | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2                    | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 |
| 3                    | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 3 |
| 4                    | 0 | 4 | 2 | 0 | 4 | 2 |
| 5                    | 0 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

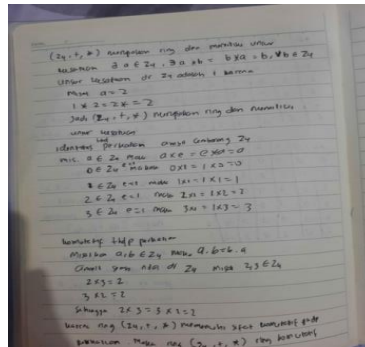
Dari tabel cayley perkalian  $\mathbb{Z}_6 \neq 0$ ,  $3 \neq 0$ , tetapi  $2 \times_6 3 = 0$  maka 2 dan 3 adalah pembagi nol dari  $\mathbb{Z}_6$  yaitu pembagi berupa  $\{2, 3, 4\}$ .  $\mathbb{Z}_6$  disebut daerah integral jika tidak memiliki pembagi nol. Sehingga,  $\mathbb{Z}_6$  bukan daerah integral (integral domain).

Gambar 5. Jawaban (S-2) untuk soal nomor 3

Berdasarkan gambar 5, kesimpulan dalam penyelesaian soal tersebut sudah benar namun, letak kesalahan (S-2) tidak membuat tabel cayley untuk operasi penjumlahan, dimana untuk menentukan unsur kesatuan, identitas, komutatif dapat dilihat dan ditentukan berdasarkan dua tabel cayley yang berupa tabel cayley untuk operasi penjumlahan dan operasi perkalian. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-2) ini termasuk kesalahan konsep. (S-2) tidak mengerti jika jika menentukan Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN), Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral harus mencari masing-masing unsur kesatuan, identitas, komutatif dari  $Z_6$ .

- S-3

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian lima (S-3) terdapat pada penyelesaian soal No 2. Analisis kesalahan subjek penelitian lima (S-3) pada soal nomor 2 dipaparkan sebagaimana gambar 1



**Gambar 6.** Jawaban (S-3) untuk soal nomor 2

Berdasarkan Gambar 1, kesalahan (S-3) disebabkan karena ada 1 dari 3 syarat yang tidak dipakai (S-3) saat menyelesaikan soal no 2, yaitu pada syarat ketiga mengenai pembagi nol. Dalam konteks teori ring, syarat ini sangat penting karena terkait dengan konsep ring tanpa pembagi nol pada integral domain. Dalam sebuah integral domain, salah satu karakteristik utama adalah ketiadaan pembagi nol. Artinya, jika  $a$  dan  $b$  adalah elemen-elemen dalam integral domain dan  $a \cdot b = 0$ , maka baik  $a = 0$  atau  $b = 0$ . Hal ini memastikan bahwa tidak ada elemen selain nol yang dapat "berubah" menjadi nol saat dikalikan dengan elemen lain.

Kesalahan (S-3) ini terjadi karena pengabaian syarat ketiga tersebut mengakibatkan asumsi yang tidak valid dalam konteks integral domain. Tanpa memperhatikan syarat ini, bisa saja terjadi situasi di mana hasil perkalian dua elemen bukan nol menghasilkan nol, yang bertentangan dengan definisi integral domain. Oleh karena itu, sangat penting untuk selalu memastikan bahwa bahwa kondisi tidak adanya pembagi nol dipenuhi saat bekerja dengan integral domain untuk menghindari kesalahan logika dalam perhitungan dan pembuktian matematis. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-3) ini termasuk kesalahan prosedur.

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian lima (S-3) terdapat pada penyelesaian soal No 3. Analisis kesalahan subjek penelitian lima (S-3) pada soal nomor 3 dipaparkan sebagaimana gambar 7:

| $\times$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| 0        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1        | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2        | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 |
| 3        | 0 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 |
| 4        | 0 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 |
| 5        | 0 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 |

Berdasarkan definisi nol  
 pd ring, kita menuliskan  
 operasi perkalian mod 6  
 dr 2 elemen R yg bkn 0,  
 berupa himpunan nol  
 Perhatikan tabel, maka  
 $2 \cdot 3 = 0$ , maka 2 & 3  
 disebut sebagai pembagi nol  
 Berarti yg 4 jadi pembagi  
 nol dr  $(R, +, \cdot)$   
 adalah  $\{1, 3, 4\}$  - k  
 disebut dengan integral  
 jika tak memiliki  
 pembagi nol. Tetapi, R  
 disini memiliki pembagi  
 nol sehingga R bukan  
 daerah integral

Gambar 7. Jawaban (S-3) untuk soal nomor 3

Berdasarkan gambar 7, letak kesalahan (S-3) yaitu salah dalam menggunakan konsep pada tabel perkalian cayley. Kesalahan pada tabel Cayley perkalian terjadi karena masih mencantumkan nilai nol di dalamnya. Ini berkaitan dengan konsep ring tanpa pembagi nol, di mana setiap elemen dalam ring, kecuali nol, tidak dapat menghasilkan nol ketika dikalikan dengan elemen lain. Dengan menambahkan nol dalam tabel, kita tidak bisa dengan jelas melihat elemen-elemen yang bisa menghasilkan nol saat dikalikan, sehingga membuat pemahaman tentang konsep ring tanpa pembagi nol menjadi kabur. Dengan memastikan bahwa tabel Cayley hanya berisi hasil perkalian dari elemen-elemen yang bukan nol, kita bisa lebih mudah memahami konsep tersebut. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-3) ini termasuk kesalahan konsep.

- (S-4)

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian empat (S-4) terdapat pada penyelesaian soal No 1. Analisis kesalahan subjek penelitian empat (S-4) pada soal nomor 1 dipaparkan sebagaimana gambar 8:

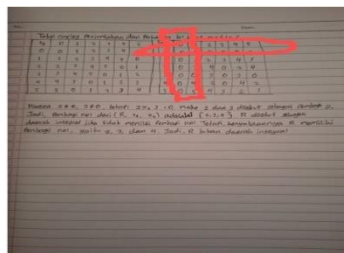
| $\times$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| 0        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1        | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2        | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 |
| 3        | 0 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 |
| 4        | 0 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 |
| 5        | 0 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 |

Berdasarkan definisi nol  
 pd ring, kita menuliskan  
 operasi perkalian mod 6  
 dr 2 elemen R yg bkn 0,  
 berupa himpunan nol  
 Perhatikan tabel, maka  
 $2 \cdot 3 = 0$ , maka 2 & 3  
 disebut sebagai pembagi nol  
 Berarti yg 4 jadi pembagi  
 nol dr  $(R, +, \cdot)$   
 adalah  $\{1, 3, 4\}$  - k  
 disebut dengan integral  
 jika tak memiliki  
 pembagi nol. Tetapi, R  
 disini memiliki pembagi  
 nol sehingga R bukan  
 daerah integral

Gambar 8. Jawaban (S-4) untuk soal nomor 2

Berdasarkan gambar 8, terdapat kesalahan (S-4) yang terletak pada perhitungan tabel Cayley perkalian dan penjumlahan bilangan bulat modulo 6. Dimana pada soal tersebut setiap entri merupakan hasil dari operasi perkalian atau penjumlahan antara angka 0 hingga 5, dengan hasilnya diambil modulo 6 (atau sisa pembagian oleh 6). Akan tetapi pada penyelesaian 1 (S-4) terdapat entri yang tidak relevan, karena bukan sisa pembagian dari 6 yang diletakkan pada tabel cayley perkalian dan juga penjumlahan, melainkan hasil perkalian dan penjumlahannya yang blm diambil modulo 6 diletakkan pada tabel cayley tersebut. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-4) ini termasuk kesalahan teknis.

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian empat (S-4) terdapat pada penyelesaian soal No 3. Analisis kesalahan subjek penelitian empat (S-4) pada soal nomor 3 dipaparkan sebagaimana gambar 9:



**Gambar 9.** Jawaban (S-4) untuk soal nomor 3

Berdasarkan gambar 9, letak kesalahan (S-4) sama seperti (S-3) yaitu salah dalam menggunakan konsep pada tabel perkalian cayley. Kesalahan pada tabel Cayley perkalian terjadi karena masih mencantumkan nilai nol di dalamnya. Ini berkaitan dengan konsep ring tanpa pembagi nol, di mana setiap elemen dalam ring, kecuali nol, tidak dapat menghasilkan nol ketika dikalikan dengan elemen lain. Dengan menambahkan nol dalam tabel, kita tidak bisa dengan jelas melihat elemen-elemen yang bisa menghasilkan nol saat dikalikan, sehingga membuat pemahaman tentang konsep ring tanpa pembagi nol menjadi kabur. Dengan memastikan bahwa tabel Cayley hanya berisi hasil perkalian dari elemen-elemen yang bukan nol, kita bisa lebih mudah memahami konsep tersebut. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-3) ini termasuk kesalahan konsep.

- (S-5)

Kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua (S-2) terdapat pada penyelesaian soal No 1, 2 dan 3. Analisis kesalahan subjek penelitian dua (S-5) pada soal nomor 1 dipaparkan sebagaimana gambar 10:

1. Diketahui  $(\mathbb{Z}_7, +_7, \times_7)$  adalah ring komutatif  
tunjukkan bahwa  $(\mathbb{Z}_7, +_7, \times_7)$  merupakan ring tanpa  
pembagi nol (RTPN).

Penglesaian:

| $+_7$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|
| 0     | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 |
| 2     | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 3     | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 |
| 4     | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 5     | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 6     | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

| $\times_7$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| 1          | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2          | 2 | 4 | 6 | 1 | 2 | 4 |
| 3          | 3 | 6 | 9 | 5 | 4 | 3 |
| 4          | 4 | 1 | 5 | 2 | 3 | 1 |
| 5          | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 6          | 6 | 4 | 1 | 3 | 2 | 1 |

Untuk  $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  dan  $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  sehingga:

|                    |                    |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $1 \times_7 1 = 1$ | $1 \times_7 2 = 2$ | $1 \times_7 3 = 3$ | $1 \times_7 4 = 4$ | $1 \times_7 5 = 5$ | $1 \times_7 6 = 6$ |
| $2 \times_7 1 = 2$ | $2 \times_7 2 = 4$ | $2 \times_7 3 = 6$ | $2 \times_7 4 = 1$ | $2 \times_7 5 = 2$ | $2 \times_7 6 = 4$ |
| $3 \times_7 1 = 3$ | $3 \times_7 2 = 6$ | $3 \times_7 3 = 9$ | $3 \times_7 4 = 5$ | $3 \times_7 5 = 4$ | $3 \times_7 6 = 3$ |
| $4 \times_7 1 = 4$ | $4 \times_7 2 = 1$ | $4 \times_7 3 = 5$ | $4 \times_7 4 = 2$ | $4 \times_7 5 = 3$ | $4 \times_7 6 = 1$ |
| $5 \times_7 1 = 5$ | $5 \times_7 2 = 2$ | $5 \times_7 3 = 4$ | $5 \times_7 4 = 1$ | $5 \times_7 5 = 2$ | $5 \times_7 6 = 4$ |
| $6 \times_7 1 = 6$ | $6 \times_7 2 = 4$ | $6 \times_7 3 = 3$ | $6 \times_7 4 = 3$ | $6 \times_7 5 = 4$ | $6 \times_7 6 = 2$ |

Untuk  $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  dan  $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  sehingga:

$1 \times_7 1 = 1$  karena  $a \neq 0$  dan  $b \neq 0$   
yg memenuhi  $a \cdot b \neq 0$   
tidak terdapat anggot.  
dari  $\mathbb{Z}_7$  Jadi.  
disimpulkan bahwa  $\mathbb{Z}_7$   
RTPN.

Gambar 10. Jawaban (S-5) untuk soal nomor 1

Berdasarkan gambar 10, letak kesalahan (S-5) yaitu salah dalam megoperasikan perkalian modulo pada tabel cayle  $\mathbb{Z}_7$  misalnya 12 modulo 7 yang benar yaitu 5 tetapi pada tabel ditulis 12 modulo 7 yaitu 4 . Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-5) ini termasuk kesalahan teknik yaitu kesalahan dalam operasi hitung. Kemudian (S-5) juga salah dalam menuliskan anggota-anggota pada  $\mathbb{Z}_7$  yaitu (S-5) hanya menulis anggota dari 1 saja tidak menulis anggota dari 2,3,4, dan 5 yang sesuai dengan  $\mathbb{Z}_7$ . Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-5) ini termasuk kesalahan procedural yaitu Hal-hal yang diketahui dari masalah tidak dapat dituliskan.

Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-2) pada soal nomor 2 dipaparkan sebagaimana gambar 11:

2. Diteliti apakah  $\mathbb{Z}_4$  dengan modulo 4 merupakan  
 integral domain atau tidak

Penglesaian:

Syarat integral domain:

- \* Komutatif

Misalkan  $a, b \in \mathbb{Z}_4$  maka  $a \cdot b = b \cdot a$ , misal:  
 ambil  $1, 2$  jadi  $1 \times 2 = 2 \times 1 = 2$   
 sehingga memenuhi sifat komutatif

- \* Memiliki unsur kesatuan / identitas
- \* Tidak memiliki pembagi nol

| $\times_4$ | 1 | 2 | 3 |
|------------|---|---|---|
| 1          | 1 | 2 | 3 |
| 2          | 2 | 0 | 2 |
| 3          | 3 | 2 | 1 |

Dari tabel dilihat bahwa tidak ada pembagi nol,  
 sehingga memenuhi syarat suatu ring komutatif  
 dikatakan integral domain.  
 Maka  $\mathbb{Z}_4$  merupakan ~~integral~~ integral domain  
 karena tidak memiliki pembagi nol.

Gambar 11. Jawaban (S-5) untuk soal nomor 3

Berdasarkan gambar 11, letak kesalahan pertama (S-5) yaitu salah dalam penjelasan pada syarat yang kedua yaitu memiliki unsur kesatuan/identitas dimana (S-5) tidak menuliskan atau menjelaskan unsur kesatuan/identitas pada  $Z_4$  yang ditanyakan pada soal. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-5) ini termasuk kesalahan procedural yaitu tidak dapat menyelesaikan syarat ke dua sampai pada bentuk paling sederhana. Kemudian (S-5) juga salah dalam konsep membuat tabel cayle yang dimulai dari 1 yang seharusnya dimulai dari 0 dan salah dalam mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayle  $Z_4$  misalnya 6 modulo 4 yang benar yaitu 2 tetapi (S-5) membuat 6 modulo 4 yaitu 3. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-5) ini termasuk kesalahan konsep yaitu salah konsep konversi satuan dan juga termasuk kesalahan teknik yaitu salah dalam operasi hitung. Sehingga pada kesalahan konsep dan teknik ini (S-5) salah dalam menarik kesimpulan yang seharusnya merupakan bukan integral domain.

Analisis kesalahan subjek penelitian satu (S-2) pada soal nomor 3 dipaparkan sebagaimana gambar 12:

3.) Tentukan pembagi nol dari  $R = (1, 2, 3, 4, 5)$  dengan operasi penjumlahan dan perkalian bilangan bulat modulo 6 jika telah diberikan  $(R, +_6, \times_6)$  adalah suatu ring komutatif, apakah  $R$  disebut sebagai integral domain?

Penyelesaian:

| $x_6$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| 0     | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 |
| 2     | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 |
| 3     | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 |
| 4     | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 5     | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

| $x_6$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| 0     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1     | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2     | 0 | 2 | 4 | 1 | 3 | 5 |
| 3     | 0 | 3 | 0 | 4 | 5 | 1 |
| 4     | 0 | 4 | 2 | 5 | 1 | 0 |
| 5     | 0 | 5 | 0 | 5 | 4 | 2 |

Pada tabel diatas ~~5~~  $5 \neq 0$ ,  $4 \neq 0$  tetapi  $5 \times_6 4 = 0$  maka 5 dan 4 adalah pembagi nol. Sehingga dapat disimpulkan  $R_6$  merupakan integral domain.

**Gambar 12.** Jawaban (S-5) untuk soal nomor 3

Berdasarkan gambar 12, letak kesalahan pertama (S-5) yaitu salah dalam mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayle  $Z_6$  misalnya 8 modulo 6 yang benar yaitu 2 tetapi pada tabel ditulis 8 modulo 6 yaitu 3. Maka jenis kesalahan yang dilakukan (S-5) ini termasuk kesalahan

teknik yaitu kesalahan dalam operasi hitung. Sehingga (S-5) salah dalam menarik kesimpulan yang seharusnya  $R_6$  bukan merupakan integral domain.

### **Pembahasan**

Berdasarkan pemaparan pada hasil penelitian, diperoleh bahwa kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu, subjek penelitian dua, subjek penelitian tiga, subjek penelitian empat, subjek penelitian lima dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral termasuk kedalam tiga jenis tahapan kastolan yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik.

Kesalahan dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral pada subjek penelitian satu adalah pada penyelesaian soal nomor satu dalam pembuatan tabel cayley di operasi perkalian subjek penelitian satu menuliskan elemen 0, seharusnya tidak karena konsep tabel cayley dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) pada operasi perkalian tidak menggunakan elemen 0. Selanjutnya subjek penelitian satu tidak selesai dalam mengerjakan penyelesaian hingga akhir, sehingga tidak mendapatkan hasil yang sebenarnya. Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu ini termasuk kesalahan konsep dan kesalahan prosedural. Dari hasil penyelesaian soal nomor satu dapat ditarik kesimpulan bahwasanya subjek penelitian satu tidak mengerti konsep tabel cayley operasi perkalian dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan tidak dapat menyelesaikan soal sampai pada bentuk paling sederhana sesuai dengan arahan dari soal tersebut. Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu terletak pada penyelesaian soal nomor dua yaitu salah dalam menarik kesimpulan. Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu ini termasuk kesalahan konsep, subjek penelitian satu tidak mengerti konsep Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) dan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN), dimana jika Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) sudah jelas bukan suatu integral domain dan jika Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) sudah jelas termasuk integral domain. Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu terletak pada penyelesaian soal nomor tiga yaitu tidak menuliskan tabel cayley mulai dari tabel cayley operasi penjumlahan dan tabel cayley operasi perkalian. Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu ini termasuk kesalahan prosedural, dimana subjek penelitian satu ini tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting ditulis dari masalah tersebut. Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu ini termasuk dalam kesalahan konsep dan kesalahan prosedural karena kesalahan yang dilakukan memenuhi

indikator jenis kesalahan konsep dan kesalahan prosedural menurut Kastolan. Dimana salah konsep, tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting ditulis dari masalah tersebut, dan tidak dapat menyelesaikan soal sampai pada bentuk paling sederhana.

Kesalahan dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral pada subjek penelitian dua adalah pada soal nomor satu tidak membuat tabel cayley dalam operasi penjumlahan, kemudian pada tabel cayley perkalian subjek penelitian dua menuliskan elemen 0, seharusnya tidak karena konsep tabel cayley dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) pada operasi perkalian tidak menggunakan elemen 0. Terdapat juga kesalahan subjek penelitian dua tidak membuat  $1 \times_7 1$  dan seterusnya sampai  $6 \times_7 6$ . Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua ini termasuk kesalahan konsep dan kesalahan prosedural, subjek penelitian dua tidak mengerti konsep tabel cayley yang digunakan dalam Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) dan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) yaitu tabel cayley untuk operasi penjumlahan dan perkalian kemudian subjek penelitian dua tidak mengerti konsep tabel cayley operasi perkalian dalam Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dimana tidak menggunakan elemen 0. Dimana subjek penelitian dua tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting dari masalah tersebut. letak kesalahan (S-2) yaitu tidak membuat unsur kesatuan, identitas, komutatif dari  $Z_4$ . Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu terletak pada penyelesaian soal nomor dua yaitu subjek penelitian dua salah dalam mengambil kesimpulan, karena  $Z_4$  bukan merupakan suatu integral domain karena memiliki pembagi nol yaitu 2. Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua ini termasuk kesalahan konsep. Subjek penelitian dua tidak mengerti konsep Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) dan Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN), dimana jika Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN) sudah jelas bukan suatu integral domain dan jika Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) sudah jelas termasuk integral domain. Kemudian jika mencari daerah integral harus mencari masing-masing unsur kesatuan, identitas, komutatif dari  $Z_4$ . Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua terletak pada penyelesaian soal nomor dua yaitu subjek penelitian dua tidak membuat tabel cayley untuk operasi penjumlahan, dimana untuk menentukan unsur kesatuan, identitas, komutatif dapat dilihat dan ditentukan berdasarkan dua tabel cayley yang berupa tabel cayley untuk operasi penjumlahan dan operasi perkalian. Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua ini termasuk kesalahan konsep. Subjek penelitian dua tidak mengerti jika jika menentukan Ring Dengan Pembagi Nol (RDPN), Ring

Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan Daerah Integral harus mencari masing-masing unsur kesatuan, identitas, komutatif dari  $Z_6$ . Maka jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dua ini termasuk dalam kesalahan konsep dan kesalahan prosedural karena kesalahan yang dilakukan memenuhi indikator jenis kesalahan konsep dan kesalahan prosedural menurut Kastolan. Dimana salah konsep, tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting ditulis dari masalah tersebut.

Kesalahan dalam menyelesaikan soal ring tanpa pembagi nol dan daerah integral pada subjek penelitian tiga adalah pada penyelesaian soal nomor dua dimana kesalahan (S-3) dalam menyelesaikan soal nomor 2 disebabkan oleh pengabaian salah satu dari tiga syarat yang telah ditentukan. Pada kasus ini, syarat ketiga yang berkaitan dengan pembagi nol dalam konteks teori ring tidak dipertimbangkan. Pentingnya syarat ini terletak pada konsep integral domain, di mana salah satu karakteristik utamanya adalah ketiadaan pembagi nol. Tanpa memperhatikan syarat ketiga, asumsi-asumsi yang dibuat menjadi tidak valid dalam konteks integral domain. Dampaknya dapat menyebabkan kesalahan logika dalam perhitungan dan pembuktian matematis. Situasi yang mungkin terjadi adalah hasil perkalian dua elemen bukan nol yang menghasilkan nol, yang bertentangan dengan definisi integral domain. Oleh karena itu, kesalahan (S-3) ini merupakan jenis kesalahan prosedur, yang menekankan pentingnya mematuhi semua syarat yang ada dalam konteks matematika untuk menghindari kesalahan dalam penalaran dan pembuktian. Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian satu terletak pada penyelesaian soal nomor tiga dimana kesalahan (S-3) terjadi karena menambahkan nilai nol dalam tabel perkalian Cayley, yang bertentangan dengan konsep ring tanpa pembagi nol. Ini membingungkan pemahaman tentang elemen-elemen yang dapat menghasilkan nol saat dikalikan, mengakibatkan kesalahan konsep.

Kesalahan dalam menyelesaikan soal ring tanpa pembagi nol dan daerah integral pada subjek penelitian keempat adalah pada penyelesaian soal nomor satu dimana terdapat kesalahan (S-4) dalam penyelesaian tabel Cayley untuk perkalian dan penjumlahan bilangan bulat modulo 6 terjadi karena pemahaman yang kurang tepat tentang operasi modulo 6. Dalam penyelesaian, tampaknya telah menggunakan hasil operasi (perkalian atau penjumlahan) sebelum mengambil modulus 6, sehingga entri pada tabel Cayley tidak berisi sisa pembagian oleh 6, tetapi hasil operasi aslinya. Kesalahan ini termasuk dalam kategori kesalahan teknis karena berkaitan dengan pelaksanaan langkah-langkah dalam operasi matematika. Penting untuk dicatat bahwa

kesalahan semacam ini dapat mempengaruhi solusi keseluruhan permasalahan atau analisis yang sedang dilakukan, karena tabel Cayley harus merepresentasikan hasil operasi yang tepat dengan modulus yang benar. Untuk memperbaiki kesalahan ini, langkah-langkah operasi seperti perkalian atau penjumlahan harus dijalankan terlebih dahulu, dan kemudian hasilnya diambil modulo 6 untuk memastikan bahwa tabel Cayley berisi nilai-nilai yang tepat sesuai dengan aturan operasi modulo 6. Dengan demikian, perbaikan kesalahan ini akan menghasilkan hasil akhir yang lebih akurat dan relevan dengan aturan operasi yang diberikan. Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian empat terletak pada penyelesaian soal nomor tiga dimana terdapat kesalahan dalam penggunaan konsep pada tabel perkalian Cayley terjadi ketika nilai nol disertakan di dalam tabel tersebut. Hal ini bertentangan dengan konsep ring tanpa pembagi nol, di mana setiap elemen dalam ring, kecuali nol, tidak dapat menghasilkan nol ketika dikalikan dengan elemen lain. Dalam konteks ini, pembuat kesalahan mencantumkan nol dalam tabel Cayley, yang mengaburkan pemahaman tentang konsep ring tanpa pembagi nol.

Konsep dasar dari ring tanpa pembagi nol adalah bahwa setiap elemen, kecuali nol, harus memiliki kebalikan perkalian. Jika terdapat elemen-elemen yang menghasilkan nol saat dikalikan dengan elemen lain, maka tidak lagi memenuhi syarat tersebut. Dengan memperbaiki kesalahan tersebut, yaitu dengan memastikan bahwa tabel Cayley hanya berisi hasil perkalian dari elemen-elemen yang bukan nol, kita dapat lebih jelas memahami konsep ring tanpa pembagi nol. Dengan demikian, pemahaman tentang struktur aljabar tersebut menjadi lebih kuat dan tidak tercemar oleh keberadaan nilai nol di dalam tabel perkalian. Jenis kesalahan yang dilakukan (S-3) ini dapat diklasifikasikan sebagai kesalahan konsep karena melibatkan pemahaman yang kurang tepat tentang sifat-sifat dasar dari ring tanpa pembagi nol. Ini menunjukkan pentingnya pemahaman yang mendalam tentang konsep matematika yang mendasar untuk mencegah kesalahan semacam ini terjadi. Dengan memperbaiki kesalahan ini, pemahaman kita tentang struktur aljabar akan menjadi lebih akurat.

Kesalahan dalam menyelesaikan soal ring tanpa pembagi nol (RTPN) dan daerah integral pada subjek penelitian lima adalah pada penyelesaian soal nomor satu, jawaban yang dituliskan salah mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayle  $Z_7$  sehingga jenis kesalahan termasuk kesalahan teknik yaitu kesalahan dalam operasi hitung, dan salah dalam menuliskan anggota-anggota pada  $Z_7$  sehingga jenis kesalahan ini termasuk kesalahan procedural yaitu hal-hal

yang diketahui dari masalah tidak dapat dituliskan. Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian lima terletak pada penyelesaian soal nomor dua yaitu kesalahannya tidak menuliskan atau menjelaskan unsur kesatuan/identitas pada  $Z_4$  yang ditanyakan pada soal sehingga jenis kesalahan ini termasuk kesalahan procedural yaitu tidak dapat menyelesaikan syarat ke dua sampai pada bentuk paling sederhana, dan juga salah dalam konsep membuat tabel cayle yang dimulai dari 1 yang seharusnya dimulai dari 0 juga salah dalam mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayle  $Z_4$  sehingga jenis kesalahan ini termasuk kesalahan konsep yaitu salah konsep konversi satuan dan juga termasuk kesalahan teknik yaitu salah dalam operasi hitung. Kemudian kesalahan yang dilakukan subjek penelitian lima terletak pada penyelesaian soal nomor dua yaitu salah dalam mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayley  $Z_6$  sehingga jenis kesalahan termasuk kesalahan teknik yaitu kesalahan dalam operasi hitung. Dapat disimpulkan dari analisis kesalahan pada subjek penelitian lima kesalahan yang banyak dilakukan oleh subjek lima yaitu kesalahan procedural yaitu salah dalam mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayley.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

### **Kesimpulan**

Dapat disimpulkan bahwa berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, maka jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral ialah kesalahan konsep, kesalahan prosedural karena dan kesalahan teknis. Kesalahan yang dilakukan memenuhi indikator jenis kesalahan konsep, prosedural dan juga kesalahan teknis menurut Kastolan. Dimana salah konsep, tidak dapat menuliskan hal-hal yang diketahui dan penting ditulis dari masalah tersebut. Kemudian salah prosedural, dimana salah dalam mengoperasikan perkalian modulo pada tabel cayle. Dan kesalahan teknis, dimana salah dalam penulisan entri pada tabel Cayley. Jadi ketiga tahapan kastolan tersebut dapat membantu peneliti dalam mendeskripsikan kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral

### **Saran**

Saran bagi mahasiswa pendidikan matematika khususnya pada mata kuliah struktur aljabar, mahasiswa dapat memperbanyak latihan dalam mengerjakan soal Ring Tanpa Pembagi Nol (RTPN) dan daerah integral. Mahasiswa dapat belajar kooperatif dengan sesama teman

dalam mengerjakan latihan soal serta dapat berdiskusi dalam memecahkan permasalahan pada soal tersebut. Mahasiswa juga dapat mengeksplor lebih banyak bentuk latihan soal baik dari perpustakaan offline maupun mencari dari internet baik bentuk video latihan soal dan lain sebagainya. Saran bagi peneliti lain, perlu ada pengkajian lebih mendalam mengenai hasil penelitian ini.

### **.DAFTAR PUSTAKA**

- Amin, N. F., Garancang, S., & Abunawas, K. (2023). Konsep Umum Populasi Dan Sampel Dalam Penelitian. *JURNAL PILAR: Jurnal Kajian Islam Kontemporer* , 15-31.
- Anggy Giri Prawiyogi, T. L. (2021). Penggunaan Media Big Book untuk Menumbuhkan Minat Baca Siswa di Sekolah Dasar. *JURNAL BASICEDU* , Volume 5, 446-452.
- Arham, H. R., & Adirakasiwi, A. G. (2022). Analisis Kemampuan Pemahaman Matemais Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Dasar. *Jurnal Didactical Mathematics* , 4 (2), 314-322.
- Clarisa, Rahma, F. L., Nur, F., Hasibua, K., & N. K. (2021). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Memecahkan Masalah Struktur Aljabar Ring Materi Daerah Integral Dan Field. *FARABI : Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika* , 4 (1), 52-60.
- Dewi, N. R. (2021). Analisis Struktur Daerah Integral dari Himpunan Polinomial Berdasarkan Struktur Polinomial Gelanggang. *Jurnal Penelitian Sains* , 14 (4), 1-3.
- Hardani, d. (2020). *Metode Penelitian Kualitatif & Kuantitatif* . Yogyakarta: CV.Pustaka Ilmu Grup.
- Hildegardis Mirawati, H. F. (2021). Analisis Kesulitan Belajar Struktur Aljabar Pada Mahasiswa. *Panthera : Jurnal Ilmu Pendidikan Sains dan Terapan* , 1 (1), 12-18.
- Lusianita, R., & Rahaju, E. B. (2020). Proses Berpikir Siswa SMA dalam Menyelesaikan Ditinjau dari Adversity Quetient. *Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika dan Sains* , 4 (2), 93-102.
- Muhlshottin, W. W., & M.V.Roesminingsih. (2020). Pelaksanaan Fungsi-Fungsi Manajemen Kelompok Bermain RA Kartini Desa Trutup Kecamatan Plumpang Kabupaten Karo. *Jurnal Pendidikan Untuk Semua* , 4 (1), 116-123.
- Nugrahani, F. (2014). *Metode Penelitian Kualitatif*. Solo: Cakra Books.

- 
- Purnamasari, A., & Afriansyah, E. A. (2021). Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMP pada Topik Penyajian Data di Pondok Pesantren. *Jurnal Pendidikan Matematika* , 207-222.
- Rahma Aulia Sari, W. A. (2021). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Penjumlahan Bilangan Bulat Berdasarkan Teori Kastolan. *Jurnal Sekolah Dasar* , 6 (1), 77-83.
- Rahman, A., Munandar, S. A., Fitriani, A., Karlina, Y., & Yumriani. (2022). Pengertian Pendidikan, Ilmu Pendidikan Dan Unsur-Unsur Pendidikan. *Al Urwantul Wutsqa* , 2 (1), 1-8.
- Rusandi, & Rusli, M. (2021). Merancang Penelitian Kualitatif Dasar/Deskriptif dan Studi Kasus. *Al-Ubudiyah: Jurnal Pendidikan Dan Studi Islam* , 48-60.
- Sari, S. I., & Pujiastuti, H. (2022). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Mengerjakan Soal Bilangan Berpangkat Dan Bentuk Akar Berdasarkan Kriteria Kastalon. *Proximal : Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika* , 5 (2), 21-29.
- Soesanto, R. H. (2021). Tinjauan Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Aljabar Linear Berdasarkan Model Tahapan Kastolan. *de Fermat : Jurnal Pendidikan Matematika* , 1-12.
- Susanti, Y. (2020). Pembelajaran Matemaika Dengan Menggunakan Media Berhiung Di Sekolah Dasar Dalam Meningkatkan Pemahaman Siswa. *Jurnal Edukasi dan Sains* , 2 (3), 435-448.